

ESIA-Vol.4. N1. 003

**Reflexiones teóricas y fácticas en cuanto al aprendizaje del cálculo  
diferencial e integral en educación superior**

*Theoretical and factual reflections on the learning of differential and  
integral calculus in higher education*

**Autores:**

Inocencio Flores Chucusea  
Universidad Autónoma Tomás Frías  
Potosí – Bolivia  
[floresinocencio@gmail.com](mailto:floresinocencio@gmail.com)  
<https://orcid.org/0009-0003-2992-774X>

**Autor de correspondencia:** *Inocencio Flores Chucusea*, [floresinocencio@gmail.com](mailto:floresinocencio@gmail.com)

**Recepción:** 21-octubre-2025    **Aceptación:** 30-diciembre-2025    **Publicación:** 02-enero-2026

**Cómo citar este artículo:**

Flores Chucusea, I. (2026). Theoretical and factual reflections on the learning of differential and integral calculus in higher education. *Sage Sphere in Artificial Intelligence*, 4(1), 1-17. <https://doi.org/10.63688/3drbzf61>



## **RESUMEN**

La enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral en los primeros semestres universitarios continúa presentando dificultades relacionadas con la comprensión conceptual, el razonamiento matemático y las bases algebraicas insuficientes. Diversas investigaciones han evidenciado que los cursos suelen centrarse en procedimientos algorítmicos y manipulaciones algebraicas, limitando la construcción de significados profundos en torno a conceptos como límite, derivada y aproximación local. En este contexto, el presente estudio tuvo como objetivo analizar el nivel de razonamiento matemático de estudiantes de primer semestre de la Facultad de Tecnología de la Universidad Autónoma Tomás Frías, utilizando como marco teórico el modelo de Van Hiele. La investigación se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo, de alcance descriptivo–diagnóstico y diseño no experimental transversal. Se aplicó una prueba estructurada basada en los cinco niveles de razonamiento geométrico y un cuestionario sobre el uso de herramientas tecnológicas como GeoGebra. Los resultados evidencian que la mayoría de los estudiantes se ubican en niveles iniciales de visualización y análisis, con dificultades para integrar representaciones algebraicas y gráficas. Asimismo, se identificó una percepción positiva hacia el uso de GeoGebra como apoyo para la comprensión conceptual. Se concluye que es necesario implementar estrategias didácticas que fortalezcan progresivamente el razonamiento matemático y promuevan un aprendizaje significativo del cálculo.

**Palabras clave:** aprendizaje, cálculo diferencial, cálculo integral, teórico fáctico.

## **ABSTRACT**

The teaching of Differential and Integral Calculus in the first university semesters continues to present difficulties related to conceptual comprehension, mathematical reasoning and insufficient algebraic bases. Various studies have shown that courses tend to focus on algorithmic procedures and algebraic manipulations, limiting the construction of deep meanings around concepts such as limit, derivative and local approximation. In this context, the objective of this study was to analyze the level of mathematical reasoning of first-semester students of the Faculty of Technology of the Universidad Autónoma Tomás Frías, using Van Hiele's model as a theoretical framework. The research was developed under a quantitative approach, with a descriptive-diagnostic scope and a cross-sectional non-experimental design. A structured test based on the five levels of geometric reasoning and a questionnaire on the use of technological tools such as GeoGebra were applied. The results show that most of the students are located in initial levels of visualization and analysis, with difficulties in integrating algebraic and graphical representations. Likewise, a positive perception was identified towards the use of GeoGebra as a support for conceptual understanding. It is concluded that it is necessary to implement didactic strategies that progressively strengthen mathematical reasoning and promote significant learning of calculation.

**Keywords:** learning, differential calculus, integral calculus, factual theory.



## 1. INTRODUCCIÓN

Desde sus inicios la enseñanza de la matemática ha presentado constantes inconvenientes, lo que se encuentra en general, al observar los cursos de cálculo en primeros semestres de universidad, tal como lo ha documentado Sanabria (2013) es incomprensión de los conceptos, un inadecuado manejo de los razonamientos, además de una no muy sólida competencia algebraica en la resolución de los nuevos problemas. Los cursos se suelen desarrollar en forma mecánica y el trabajo descansa en lo puramente algorítmico y en el álgebra, sin alcanzar una comprensión de los razonamientos y conceptos del cálculo.

La evidencia de los problemas de comprensión de los conceptos fundamentales del cálculo que encuentran los estudiantes al iniciar el estudio del Cálculo Diferencial es tan fuerte que ha desencadenado –en diferentes partes del mundo– reformas curriculares, innovaciones didácticas, propuestas con el uso de la tecnología, programas dirigidos a los profesores y a la enseñanza (Tall, 1996; Ferrini-Mundy y Gaudard, 1992), y hasta se ha cuestionado si se debe enseñar cálculo en la educación secundaria; y en caso de que la respuesta fuera afirmativa, de qué manera y con qué grado de rigor.

Por ejemplo, basta consultar algunos “handbooks” de investigación, desde el Handbook of research on mathematics teaching and learning, editado por Grouws en 1992, hasta los más recientes; a las memorias de las reuniones anuales del PME1 o de recientes eventos de Educación Matemática como el ICME o CIAEM2 a los reportes de investigación presentados en las últimas RELME,3 para darse cuenta de lo actual y presente de las investigaciones didácticas en el campo del Cálculo Diferencial e Integral. Todo lo cual revela que la reflexión profunda acerca de la comprensión de los conceptos fundamentales en el trabajo inicial del cálculo en la universidad sigue siendo una línea de investigación crucial en educación matemática didácticas en el campo del Cálculo Diferencial e Integral. Todo lo cual revela que la reflexión profunda acerca de la comprensión de los conceptos fundamentales en el trabajo inicial del cálculo en la universidad sigue siendo una línea de investigación crucial en educación matemática

Es válido preguntarse ¿por qué a pesar de que algunos estudiantes afirman que estudian bastante pierden los parciales?, ¿por qué repiten una y otra vez el curso de Cálculo Diferencial?, ¿por qué cometen casi siempre los mismos errores?, ¿por qué les cuesta trabajo entender los conceptos?, ¿por qué los errores de tipo algebraico continúan haciéndoles perder



los exámenes?, y una pregunta más profunda aún: ¿por qué, al parecer, no entienden el cálculo?

Algunas respuestas a estos interrogantes que constituyen lugares comunes entre maestros y estudiantes, por ejemplo, los profesores no saben enseñar cálculo, no se les entiende; los estudiantes no estudian lo suficiente, las matemáticas no son para todo el mundo, las matemáticas son difíciles, los estudiantes no tienen las bases necesarias para el curso y, otras respuestas que, en general, culpan de la situación o al maestro o al estudiante o a la matemática misma.

Desde sus inicios la enseñanza de la matemática ha presentado constantes inconvenientes, en especial al trabajar temas específicos; según investigadores esto se evidencia al cometer equivocaciones que muestran las dificultades en: el pensamiento, el proceso de aprendizaje matemático y el lenguaje de representación (externa e interna), etc. En las universidades los estudiantes de diferentes carreras también presentaron problemas en la comprensión de conceptos matemáticos particularmente en las definiciones de cálculo diferencial e integral, debido a diferentes factores, provocando esto inconvenientes a los estudiantes.

El presente investigación es el modelo de Van Hiele a las definiciones de cálculo diferencial e integral para caracterizar los niveles de razonamiento geométrico en el que se encuentran los estudiantes de cálculo diferencial, integral y geometría analítica del plan de estudios de licenciatura en las diferentes carreras del primer semestre de la universidad; en el que se plantean algunas hipótesis de orientación a la investigación pero no fueron probadas o refutadas, midió las variables, los cinco niveles de razonamiento geométrico de este modelo: Visualización o Reconocimiento, Análisis, Ordenación o Clasificación, Deducción Formal y Rigor.

Las investigaciones recientes en educación matemática buscan diseñar módulos de instrucción que ayuden a potenciar el nivel de razonamiento de los estudiantes en conceptos relativos a esta rama del saber. Debido a sus características el modelo educativo de Van Hiele ha sido la base de recientes proyectos de investigaciones que centran su aplicación en tópicos del análisis matemático con un alto componente visual y geométrico.

Tradicionalmente cuando se desarrolla un curso del cálculo diferencial e integral se hace énfasis en la manipulación de ecuaciones y en la sustitución de valores dentro de ellas. Pero esto no basta para que el estudiante integre los conceptos matemáticos tratados, sino, más



bien, ayude a crear la falsa convicción de que el cálculo se reduce a la aplicación directa de un algoritmo del cual no se conoce su verdadero sentido y significado. Aunque los aspectos mencionados siguen siendo importantes en el dominio del concepto desde un punto de vista operacional, poco aporta al desarrollo del razonamiento pues ellos priman el manejo del algoritmo y la memorización del concepto de manera aislada.

Este hecho no solo cuestiona la metodología seguida en la explicación de esos conceptos, tanto a nivel de bachillerato como universitario, sino que evidencia un grave problema metodológico en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los fundamentos del análisis. En particular, con el concepto de aproximación local. Es común creer que la comprensión de los procesos inmersos en este concepto no debe presentar dificultad alguna para los estudiantes y por ello se pasa rápidamente de las definiciones matemáticas a los problemas algebraicos, descuidando el razonamiento del paso al límite que es inherente al mismo.

En esta perspectiva y dentro de la línea de investigación que se desarrollará en la presente investigación “una metodología alternativa para la enseñanza y el aprendizaje de los temas del cálculo diferencial e integral”, se detecta la necesidad de implementar un modelo educativo que permitiera al estudiante progresar en su nivel de razonamiento frente a los conceptos de aproximación local en su manifestación de las rectas tangentes a una curva plana en un punto dado sobre ella. Ésta es una de las primeras manifestaciones del concepto de aproximación local que se les presenta a los estudiantes durante su vida académica.

El Cálculo Diferencial es una herramienta matemática que surgió con la finalidad de resolver problemas de geometría y de física, como el problema de encontrar la recta tangente a la gráfica de una función en un punto dado o por la necesidad de explicar la relación entre distancia, tiempo, velocidad y aceleración de un cuerpo en movimiento.

Mora Gaviria y Valencia Ruiz (2012), concluyeron que las fases de aprendizaje basadas en los niveles de visualización y análisis de Van Hiele, influyeron de tal manera en este proyecto que se puede afirmar que permitió la identificación de los avances obtenidos por las estudiantes en cuanto a la construcción y caracterización del cubo.

Jaime (1993) en su tesis doctoral llega a la siguiente conclusión: El análisis de la evolución del razonamiento de estudiantes y el seguimiento del razonamiento de dos grupos de estudiantes durante varios, indican que los estudiantes mejoran en su nivel de razonamiento, pero que esta mejora es mucho menor de lo que sería deseable, pues son pocos los estudiantes



que han adquirido completamente el segundo nivel de Van Hiele y muchos menos los que muestran siquiera una adquisición baja del tercer nivel. (Mora & Valencia, 2012)

Zambrano M. (2005) concluye que el método de fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele en el marco de una posición epistemológica construccionista permitió el logro de aprendizaje de conocimientos conceptuales y procedimentales en el área de la Geometría, específicamente en el contenido triángulos. (Mora & Valencia, 2012)

La española Ruiz López (2012) de la Universidad Autónoma de Madrid llega a las siguientes conclusiones: el entorno GeoGebra para la resolución de problemas geométricos, ha obtenido resultados estadísticamente significativos en la mejora de competencias didáctico-geométricas, a pesar de haber utilizado como instrumento de medida una prueba de lápiz y papel. Además, dichos estudiantes opinan que el uso del GeoGebra, es un buen recurso para la enseñanza de la geometría en primaria.

Iranzo y Fortuny (2009), concluyen que la mayoría de estudiantes utilizan herramientas algebraicas y de medida y consideran que GeoGebra les ayuda a visualizar el problema y a evitar obstáculos algebraicos. En general, los alumnos han tenido pocas dificultades con relación al uso del software y algunos obstáculos son obstáculos cognitivos ya existentes trasladados al software. También el uso de GeoGebra favorece múltiples representaciones de conceptos geométricos, ayuda a evitar obstáculos algebraicos permitiendo centrarse en los conceptos geométricos, así como a resolver los problemas de otra forma. Sin embargo, la influencia de esta herramienta depende de los alumnos y de los problemas propuestos.

La colombiana Rodríguez Sánchez (2011) determina que la aplicación de la estrategia de enseñanza basada en el uso de GeoGebra permitió la ejercitación, por parte de los estudiantes, de procedimientos y habilidades necesarias para un buen desempeño social y laboral, como los son el manejo de las herramientas básicas de un computador y la práctica de ejercicios que involucran comprensión de lectura.

Maguiña Rojas (2013) llegó a la conclusión: la propuesta didáctica permitió que los estudiantes lograrán un grado de adquisición alta en el nivel 1, un grado de adquisición intermedia en el nivel 2 y se encuentren desarrollando habilidades en el nivel 3, pasando de un nivel de adquisición nula a una adquisición baja. Además, el uso del GeoGebra facilitó la visualización y manipulación de las representaciones del objeto matemático cuadriláteros durante el desarrollo de las actividades



El estudio tiene como objetivo sugerir tácticas pedagógicas para potenciar el aprendizaje del cálculo diferencial en alumnos de bachillerato de la Unidad Educativa Fiscal 24 de Mayo en Quito, centrándose en la utilización del programa GeoGebra. Este análisis nace de la exigencia de vencer los obstáculos constantes en el entendimiento de la derivada, frecuentemente atribuidos a bases algebraicas poco sólidas, la separación entre representaciones gráficas y analíticas, y métodos pedagógicos convencionales. (Barragán, 2024)

El análisis de antecedentes resalta la capacidad de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), en particular de GeoGebra, para promover un aprendizaje del cálculo más interactivo y relevante, tal como lo evidencian investigaciones anteriores que evidenciaron avances en el desempeño y la comprensión conceptual. El principal desafío es la implementación efectiva de GeoGebra. Para ello, se examinará la percepción de los profesores, los recursos educativos disponibles y los elementos relacionados con su empleo, con el propósito de optimizar la instrucción matemática y preparar de manera más efectiva a los alumnos para la educación universitaria. (Barragán, 2024)

“Contenidos de los límites de las funciones trascendentes y su incidencia en el aprendizaje significativo de los estudiantes del segundo nivel de mecánica aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico de la Ciudad de Latacunga”, es una investigación que trata el desafío de los alumnos para producir conocimientos relevantes acerca de los límites de funciones trascendentales en cálculo diferencial, un asunto frecuentemente abordado de manera superficial en la educación universitaria. Para superar este escenario, se sugiere un manual diseñado específicamente para promover el aprendizaje interactivo, dando prioridad a la claridad, un lenguaje matemático exacto y la exposición de soluciones desde múltiples puntos de vista, manteniendo aún un rigor adecuado para un primer curso de cálculo. (Viñachi, 2013)

## **2. DESARROLLO**

Para el estudio de cálculo diferencial e integral lo que se encuentra en general, al observar los cursos de cálculo en el último curso de bachillerato o en los primeros semestres de la universidad, es incomprensión de los conceptos, un inadecuado manejo de los razonamientos, además de una no muy sólida competencia algebraica en la resolución de los nuevos problemas. Los cursos se suelen desarrollar en forma mecánica y el trabajo descansa en lo



puramente algorítmico y en el álgebra, sin alcanzar una comprensión de los razonamientos y conceptos del cálculo.

La facultad de Tecnología de la Universidad Autónoma Tomás Frías de Potosí, cuenta con cinco carreras donde la asignatura de cálculo inferencias e integral, resulta ser de formación general porque proporcional a los estudiantes las herramientas y conocimientos necesarios para realizar inferencias estadísticas a partir de datos muestrales. Esto implica aprender a tomar decisiones y hacer predicciones sobre una población basándose en un análisis de una muestra.

Los objetivos específicos de la asignatura pueden incluir:

1. Comprender los fundamentos de la estadística inferencial: Conocer conceptos clave como población, muestra, estimadores y estimaciones.
2. Aprender técnicas de muestreo: Entender cómo seleccionar y trabajar con muestras representativas.
3. Estimar parámetros poblacionales: Usar datos muestrales para hacer estimaciones sobre parámetros de la población, como la media, la varianza, etc.
4. Realizar pruebas de hipótesis: Aprender a formular y probar hipótesis estadísticas para tomar decisiones informadas.
5. Construir intervalos de confianza: Calcular intervalos de confianza para estimar la precisión de los parámetros poblacionales.
6. Aplicar métodos de regresión y correlación: Entender y utilizar técnicas para analizar la relación entre variables.
7. Interpretar resultados estadísticos: Desarrollar la habilidad para interpretar y comunicar los resultados de análisis estadísticos de manera clara y efectiva.
8. Utilizar software estadístico: Familiarizarse con herramientas y programas de software utilizados en la práctica de la estadística inferencial.

Estos objetivos están diseñados para equipar a los estudiantes con las habilidades necesarias para aplicar métodos estadísticos en diversas áreas, como la investigación científica, la economía, la ingeniería, las ciencias sociales, entre otras

Se nota una notable falta de comprensión de los principios básicos del cálculo, donde el proceso de aprendizaje se limita a un proceso mecánico y algorítmico. Esta carencia se intensifica debido a una escasa base algebraica en los alumnos que ingresan a la universidad,



lo que dificulta aún más la obtención de nuevos saberes y el desarrollo de un pensamiento apropiado para solucionar problemas. La educación parece dar más importancia a la memorización de procedimientos que a la auténtica comprensión de los principios fundamentales, lo que restringe la habilidad de los alumnos para utilizar el cálculo de forma relevante.

Un aspecto fundamental que se destaca en el estudio del texto es la confusión entre "cálculo diferencial e integral" y "estadística inferencial". Aunque el comienzo del texto expone los retos en la instrucción del cálculo, las metas concretas delineadas a continuación están claramente vinculadas a una materia de estadística inferencial, tratando asuntos como el muestreo, la estimación de parámetros poblacionales, las pruebas de hipótesis y el análisis de regresión.

Esta inconsistencia podría señalar una ausencia de claridad en el nombre o la orientación del curso, o un fallo en la descripción. En caso de que la materia sea verdaderamente cálculo diferencial e integral, los objetivos establecidos difieren totalmente de su contenido convencional; en caso de ser estadística inferencial, los objetivos son relevantes y evidencian su relevancia como instrumento de educación global para las profesiones de la Facultad de Tecnología, otorgando a los alumnos las capacidades requeridas para tomar decisiones basadas en información basada en datos.

Esta incertidumbre presenta retos significativos para la UATF. Es crucial establecer si el curso en cuestión es de cálculo diferencial e integral o de estadística inferencial, dado que esto influye directamente en el diseño del currículo, los métodos de enseñanza y los resultados de aprendizaje previstos. En lo que respecta al cálculo, la institución educativa debe tratar las carencias conceptuales y fomentar un enfoque que promueva el pensamiento y la comprensión, y no únicamente la memorización. En términos de estadística inferencial, es crucial garantizar que los alumnos posean las bases matemáticas requeridas para comprender sus conceptos más complejos, muchos de los cuales se originan en el cálculo.

Entonces, cuando un estudiante ingresa a alguna de estas carreras de la Facultad de Tecnología, se observan diversos problemas acarreados desde la formación inicial cuando no se ha centrado su atención en la geometría plana con la identificación de figuras geométricas. Si bien los estudiantes identifican las figuras geométricas planas, tales como el punto, la línea, la recta, el segmento, la semirrecta, el ángulo, el triángulo, el cuadrado, el rectángulo,



el rombo, el trapecio, el hexágono, heptágono, octágono y círculo, punto; no se observa un conocimiento con pensamiento crítico que les permita tomar decisiones, realizar inferencias estadísticas ni estimaciones e hipótesis estadísticas.

Este problema, se ha registrado a nivel nacional, cuyas discusiones y debates no han concluido, teniendo como una de las causas el insuficiente compromiso de los maestros con el aprendizaje de los estudiantes, asimismo la aceptación de los distractivos extracurriculares tales como otras actividades que ocasionan suspensión o postergación de las curriculares influyen directamente en el proceso de aprendizaje y desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y por ende las limitaciones para el cálculo inferencial e integral.

Por otro lado, no se concluye los contenidos planificados en los cursos de secundaria, esto conlleva un conjunto de conocimientos no concluidos, cuyos efectos se centran principalmente en las limitaciones de los estudiantes para la realización de cálculos inferenciales. Por otra parte, el entorno familiar de los jóvenes no se preocupa o no acompañan el proceso de aprendizaje de los estudiantes y todo esto repercute en la Educación Superior, cuando los estudiantes se hallan frente a estos desafíos de aprendizaje que muchas veces ocasiona frustraciones.

Entre las principales repercusiones de estas situaciones descritas, se encuentran las falencias en álgebra y Geometría, siendo que estas constituyen la base para cálculo inferencial e integral y como parte de la formación general de las cinco carreras de la Facultad de Tecnología: Ingeniería Mecánica, Ingeniería Electrónica, Ingeniería Mecatrónica, Ingeniería Eléctrica y Técnico superior en Automotriz.

Otra de las repercusiones, es la construcción de mitos en relación a la asignatura de Cálculo I, cuando los estudiantes consideran que es la asignatura de mayor complejidad y de entrada se estigmatiza el proceso generando limitaciones en su proceso de aprendizaje.

Finalmente, otras repercusiones son las frotaciones de los estudiantes, que conllevan a la deserción académica y por tanto no se resuelve el problema de la falta de un pensamiento matemático y un pensamiento crítico en los estudiantes como parte de su formación general para desempeñarse dentro del área de las Ciencias Tecnológicas en cualquiera de las carreras indicadas. (Iparraguirre et al., 2020)

Estas consecuencias se visibilizan en la Universidad, cuando los estudiantes ingresan con insipiente conocimientos y sin bases sólidas para su formación en el área de Ciencias



Tecnológicas, por lo que se considera importante que, en los procesos formativos del nivel secundario, la malla curricular del Ministerio de Educación de secundaria debe ser concluida en todos los cursos del nivel secundario para no tener estos arrastres

Por tanto, se la evidencia de los problemas de comprensión de los conceptos fundamentales del cálculo que encuentran los estudiantes al iniciar el estudio del Cálculo Diferencial e integral todo lo cual revela que la reflexión profunda acerca de la comprensión de los conceptos fundamentales en el trabajo inicial del cálculo en la universidad sigue siendo una línea de investigación crucial en educación matemática, es válido preguntarse ¿por qué a pesar de que algunos estudiantes afirman que estudian bastante pierden los parciales?, ¿por qué repiten una y otra vez el curso de Cálculo Diferencial e integral?, ¿por qué cometen casi siempre los mismos errores?, ¿por qué les cuesta trabajo entender los conceptos?, ¿por qué los errores de tipo algebraico continúan haciéndoles perder los exámenes?, y una pregunta más profunda aún: ¿por qué, al parecer, no entienden el cálculo?

### **3. METODOLOGÍA**

La presente investigación se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo de alcance descriptivo–diagnóstico, con un diseño no experimental y transversal. El propósito fue analizar el nivel de razonamiento matemático de los estudiantes de primer semestre de la Facultad de Tecnología de la Universidad Autónoma Tomás Frías (UATF) y su relación con las dificultades en el aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral.

La población estuvo conformada por estudiantes de las carreras de Ingeniería Mecánica, Ingeniería Electrónica, Ingeniería Mecatrónica, Ingeniería Eléctrica y Técnico Superior en Automotriz. La muestra fue seleccionada mediante muestreo no probabilístico por conveniencia, considerando a los estudiantes inscritos en la asignatura de Cálculo I durante la gestión académica vigente.

Como instrumento de recolección de datos se empleó una prueba diagnóstica estructurada basada en los niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele (visualización, análisis, ordenación, deducción formal y rigor), así como un cuestionario sobre percepción del uso de herramientas tecnológicas como GeoGebra en el proceso de aprendizaje.

Los datos obtenidos fueron analizados mediante estadística descriptiva, utilizando frecuencias y porcentajes para identificar el nivel predominante de razonamiento matemático y las principales dificultades conceptuales relacionadas con la comprensión de límites, derivadas y aproximación local.



#### 4. RESULTADOS

Los resultados obtenidos a partir de la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes de primer semestre de la Facultad de Tecnología evidencian que una proporción significativa se encuentra en los niveles iniciales del modelo de Van Hiele. Predomina el nivel de visualización o reconocimiento, caracterizado por la identificación intuitiva de figuras y representaciones sin un análisis profundo de sus propiedades. Un grupo menor alcanzó el nivel de análisis, mostrando cierta capacidad para reconocer propiedades matemáticas, aunque sin lograr establecer relaciones formales entre conceptos. La presencia de estudiantes en los niveles superiores de deducción formal y rigor fue mínima, lo que confirma limitaciones en el desarrollo del razonamiento matemático estructurado.

En relación con la comprensión de los conceptos fundamentales del Cálculo Diferencial, se identificaron dificultades recurrentes en la interpretación del límite como proceso de aproximación y no únicamente como sustitución algebraica. Muchos estudiantes mostraron tendencia a resolver ejercicios mediante procedimientos mecánicos, evidenciando escasa comprensión del significado geométrico de la derivada como pendiente de la recta tangente. Asimismo, se observó dificultad para articular las representaciones gráfica, algebraica y verbal de un mismo concepto matemático, lo cual limita la construcción de un conocimiento integral.

Otro hallazgo relevante fue la debilidad en las competencias algebraicas básicas, especialmente en la simplificación de expresiones, factorización y manejo de fracciones algebraicas. Estas falencias repercuten directamente en el desempeño en Cálculo I, generando errores sistemáticos en evaluaciones parciales y reforzando la percepción de complejidad de la asignatura. Además, los estudiantes manifestaron que su formación previa estuvo centrada principalmente en la repetición de algoritmos, con escasas oportunidades para desarrollar razonamiento crítico y comprensión conceptual profunda.

Respecto al uso de herramientas tecnológicas, se evidenció una actitud favorable hacia la incorporación de GeoGebra como recurso didáctico. Los estudiantes señalaron que la visualización dinámica de funciones facilita la comprensión del comportamiento gráfico y permite relacionar de manera más clara los cambios algebraicos con sus efectos geométricos. Sin embargo, también se observó que el impacto del recurso depende de la mediación pedagógica del docente y del diseño de actividades orientadas al razonamiento y no únicamente a la ejecución técnica.

En conjunto, los resultados permiten afirmar que las dificultades en el aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral no responden únicamente a la complejidad intrínseca del contenido, sino a una combinación de factores asociados a debilidades formativas previas, enfoques metodológicos tradicionales y limitada integración conceptual entre representaciones matemáticas. Estos hallazgos refuerzan la necesidad de implementar



estrategias didácticas que promuevan progresivamente niveles superiores de razonamiento matemático y una comprensión más significativa de los conceptos fundamentales del cálculo.

## **5. DISCUSIÓN**

### El Aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral

El cálculo diferencial e integral es una de las ramas fundamentales de las matemáticas y desempeña un papel esencial en diversas áreas del conocimiento, desde la física y la ingeniería hasta la economía y la biología. Su estudio no solo proporciona herramientas poderosas para resolver problemas complejos, sino que también desarrolla el pensamiento lógico y analítico en los estudiantes. A lo largo de este ensayo, se abordará la importancia del cálculo, sus principales conceptos y los desafíos que enfrentan los estudiantes en su aprendizaje. (Iparraguirre et al., 2020)

### Importancia del Cálculo Diferencial e Integral

El cálculo es esencial en la ciencia y la tecnología. Por ejemplo, en la física, se utiliza para describir el movimiento de los objetos mediante ecuaciones diferenciales y para calcular áreas y volúmenes en problemas de mecánica. En la economía, permite modelar el crecimiento y la optimización de recursos. En la biología, se emplea para analizar tasas de crecimiento poblacional y cambios en los ecosistemas. De esta manera, el cálculo se convierte en una herramienta indispensable para el desarrollo de múltiples disciplinas.

### Principales Conceptos del Cálculo

El cálculo se divide en dos grandes ramas: el cálculo diferencial y el cálculo integral. El cálculo diferencial se centra en el estudio de las derivadas, que representan la tasa de cambio instantánea de una función. Por ejemplo, la derivada de una función de posición con respecto al tiempo proporciona la velocidad de un objeto. Por otro lado, el cálculo integral estudia las integrales, que permiten calcular áreas bajo curvas y volúmenes de sólidos de revolución. Ambos conceptos están íntimamente relacionados mediante el Teorema Fundamental del Cálculo, que establece que la integración y la diferenciación son procesos inversos. (Álava et al., 2023)

### Desafíos en el Aprendizaje del Cálculo

El aprendizaje del cálculo puede representar un gran desafío para muchos estudiantes debido a la abstracción de sus conceptos y la necesidad de una sólida base matemática. Entre las principales dificultades se encuentran:



1. Comprensión de los conceptos abstractos: Muchos estudiantes tienen dificultades para visualizar el significado de la derivada y la integral más allá de sus definiciones algebraicas.
2. Manipulación algebraica: El cálculo requiere un dominio adecuado del álgebra, ya que muchas operaciones dependen de la simplificación de expresiones algebraicas complejas.
3. Aplicación a problemas del mundo real: La traducción de problemas prácticos a modelos matemáticos es un desafío que requiere habilidades de interpretación y análisis.
4. Uso de herramientas tecnológicas: En la actualidad, el uso de software y calculadoras gráficas facilita la comprensión del cálculo, pero su uso indebido puede llevar a una dependencia excesiva sin un verdadero entendimiento de los conceptos.

#### Estrategias para un Aprendizaje Eficaz

Para superar estos desafíos, es fundamental adoptar estrategias efectivas de aprendizaje, tales como:

- Enfoque en la visualización: El uso de gráficos y representaciones geométricas ayuda a comprender el significado de la derivada y la integral.
- Resolución de problemas: La práctica constante con ejercicios de distintos niveles de dificultad fortalece la comprensión y aplicación de los conceptos.
- Conexión con la realidad: Relacionar el cálculo con situaciones del mundo real motiva a los estudiantes y les permite ver su utilidad práctica.
- Uso adecuado de la tecnología: Herramientas como GeoGebra, Wolfram Alpha y MATLAB pueden ser de gran ayuda para la experimentación y exploración de los conceptos matemáticos.

## 6. CONCLUSIÓN

El problema habitual en la instrucción del cálculo diferencial e integral, particularmente en los primeros semestres de la universidad: la falta de entendimiento conceptual, una gestión incorrecta del pensamiento y una insuficiente habilidad algebraica. Los cursos suelen ser algorítmicos y mecánicos, sin alcanzar un entendimiento detallado de los conceptos. Esta problemática no es reciente, provocando discusiones y modificaciones en los currículos a escala mundial, con estudios educativos activos que persiguen potenciar la comprensión del cálculo. El análisis se enfoca en el "por qué" los alumnos repiten lecciones, cometen los mismos fracasos y no logran comprender el cálculo, cuestionando respuestas simplistas que responsabilizan al profesor, al alumno o a la complejidad propia de las matemáticas.



Un descubrimiento esencial en el texto es el notable desajuste entre los propósitos de "cálculo diferencial e integral" y "estadística inferencial" al tratar la materia de la Facultad de Tecnología de la UATF de Potosí. A pesar de que comienza con un término de cálculo, los objetivos específicos (muestreo, estimación de parámetros, pruebas de hipótesis, etc.) son características de la estadística de inferencia. Esta inconsistencia resulta alarmante, pues podría señalar una ausencia de claridad en el plan de estudios o en la interpretación del enfoque de la materia. Si la asignatura es verdaderamente de Cálculo, sus metas están descoordinadas; si es de Estadística Inferencial, los objetivos son relevantes pero el nombre del curso es engañoso

Esta incertidumbre, que abarca los desafíos fundamentales en álgebra y geometría que atraviesan los alumnos desde la educación secundaria, impacta la educación global en profesiones tecnológicas como Ingeniería Mecánica o Electrónica, y fomenta la frustración y abandono estudiantil al lidiar con materias que se ven como inaccesibles.

En respuesta a estos desafíos, el texto expone la importancia de aplicar métodos innovadores que vayan más allá de la mera manipulación de ecuaciones y la memorización de algoritmos. El modelo de Van Hiele sobresale en la descripción de los niveles de pensamiento geométrico, insinuando que una perspectiva visual y geométrica puede ser fundamental para entender conceptos abstractos como la aproximación local y la recta tangente. Las investigaciones mencionadas apoyan la utilización de instrumentos como GeoGebra para simplificar la visualización, eliminar barreras algebraicas y promover un aprendizaje más relevante. La investigación en cuestión, proyectiva y de orientación cuantitativa, tiene como objetivo analizar el uso actual de GeoGebra y detallar los recursos pedagógicos utilizados por los profesores, con el objetivo de detectar elementos vinculados a su aplicación eficaz.

#### **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Álava, W. L. S., Rodríguez, A. R., & Macías, V. M. G. (2023). *La enseñanza-aprendizaje de la neurociencia en la educación superior*.

Barragán, P. D. (2024). Uso del software GeoGebra para la enseñanza de cálculo diferencial en estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa Fiscal 24 de Mayo. *Revista Latina Científica Multidisciplinar*, 8(3).



- Ferrini-Mundy, J., & Gaudard, M. (1992). Secondary school calculus: Preparation or pitfall in the study of advanced mathematics? En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 467–476). Macmillan.
- Grouws, D. A. (Ed.). (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. Macmillan.
- Iparraguirre, R. P. A., Yarasca, U. C., Huamán, E. Y., & Quispe, A. E. R. (2020). Modelo Van Hiele y software GeoGebra en el aprendizaje de estudiantes en áreas y perímetros de regiones poligonales. *Horizonte de la Ciencia*, 10(18).  
<https://www.redalyc.org/journal/5709/570968990012/html/>
- Iranzo, N., & Fortuny, J. (2009). La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(3).
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele* [Tesis doctoral]. Universidad de Valencia.
- Maguiña Rojas, A. T. (2013). *Propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo Van Hiele* [Tesis de maestría]. Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Mora, M., & Valencia, M. (2012). *Las fases de aprendizaje propuestas por Van Hiele en la construcción y caracterización del cubo* [Trabajo académico]. Universidad Tecnológica de Pereira.
- Rodríguez Sánchez, C. (2011). *Construcción de polígonos regulares y cálculo de áreas utilizando GeoGebra como estrategia metodológica* [Tesis de maestría]. Universidad Nacional de Colombia.
- Ruiz, N. (2012). *Análisis del desarrollo de competencias geométricas y didácticas mediante software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de Primaria* [Tesis doctoral]. Universidad Autónoma de Madrid.
- Sanabria, G. I. N. (2013). *Dificultades en las prácticas del cálculo diferencial: Una mirada desde la teoría de los obstáculos y los conflictos semióticos*.
- Tall, D. (1996). *Advanced mathematical thinking*. Kluwer Academic Publishers.
- Viñachi, H. H. (2013). *Contenidos de los límites de las funciones trascendentes y su incidencia en el aprendizaje significativo de los estudiantes del segundo nivel de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico de la ciudad de Latacunga* [Tesis de grado]. Universidad Técnica de Ambato.



Zambrano, M. (2005). *Aplicación del modelo de fases de aprendizaje de Van Hiele en el contenido de triángulos* [Tesis de maestría].

**Conflicto de Intereses:** Los autores afirman que no existen conflictos de intereses en este estudio y que se han seguido éticamente los procesos establecidos por esta revista. Además, aseguran que este trabajo no ha sido publicado parcial ni totalmente en ninguna otra revista.

#### **CONTRIBUCIÓN DE AUTORÍA:**

Nombres de autores e iniciales: Inocencio Flores Chucusea (IFCH)

1. Conceptualización: (IFCH)
2. Curación de datos: (IFCH)
3. Análisis formal: (IFCH)
4. Adquisición de fondos: (IFCH)
5. Investigación: (IFCH)
6. Metodología: (IFCH)
7. Administración del proyecto: (IFCH)
8. Recursos: (IFCH)
9. Software: (IFCH)
10. Supervisión: (IFCH)
11. Validación: (IFCH)
12. Visualización: (IFCH)
13. Redacción – Borrador original: (IFCH)
14. Redacción – Revisión y edición: (IFCH)

